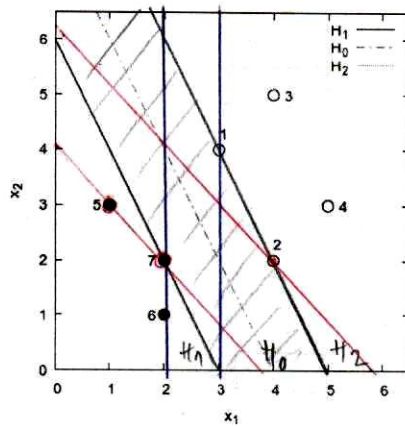


2 SVM

2.1 Lineárny SVM

Príklad: Základná situácia je zobrazená na obr. 7 - je daných sedem príkladov patriacich do dvoch rozličných tried (každý príklad má jednoznačne určenú príslušnosť k triede - na obrázku to je dané typom bodu, ktorý reprezentuje daný príklad). Tie dve triedy sú lineárne separovateľné.



Obr. 7: Príklady dvoch tried

Úlohou je nájsť takú separačnú priamku H_0 , ktorá oddelí príklady jednej triedy od príkladov druhej triedy. Táto priamka musí byť v strede separačného pásu. Okraj separačného pásu je daný tým príkladom triedy, ktorý je k separačnej priamke najbližšie.

Dodatočnou požiadavkou je, aby šírka separačného pásu bola čo najväčšia - teda aby jeho okraje boli maximálne (a teda separačná priamka bola čo najviac vzdialená od najbližších príkladov). Toto umožňuje vybrať spomedzi množstva možných separačných priamok práve jednu.

Lingo používané v literatúre:

- decision boundary - separačná priamka (priamka H_0)
- margin (street) - separačný pás (pás medzi priamkami H_1 a H_2)

- support vector - príklad (bez ohľadu na triedu), ležiaci na hranici separačného pásu (príklady 1, 2 a 7)

Zmena polohy príkladu, ktorý je podporným vektorom, mení umiestnenie hranice separačného pásu. Zmena polohy príkladu, ktorý nie je podporným vektorom, nemá vplyv na separačný pás (iba ak by sa následkom tej zmeny stal novým podporným vektorom).

Určíme niekoľko separačných pásov pre príklad podľa obr. 7.

- pás je určený príkladmi 1, 2 a 7. Jednotlivé priamky majú vyjadrenie

$$\begin{aligned} H_2 : 2x + y - 10 &= 0 \\ H_1 : 2x + y - 6 &= 0 \end{aligned} \quad (37)$$

Šírka separačného pásu je daná ako vzdialenosť bodu 1 od priamky H_1

$$\frac{|w_1x_0 + w_2y_0 + c|}{\sqrt{w_1^2 + w_2^2}} = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 - 6|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{2,236} \quad (38) = 1,789$$

- pás je určený príkladmi 2, 5 a 7. Jednotlivé priamky majú vyjadrenie

$$\begin{aligned} H_2 : x + y - 6 &= 0 \\ H_1 : x + y - 4 &= 0 \end{aligned} \quad (39)$$

Šírka separačného pásu je daná ako vzdialenosť bodu 2 od priamky H_1

$$\frac{|w_1x_0 + w_2y_0 + c|}{\sqrt{w_1^2 + w_2^2}} = \frac{|1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{1,414} \quad (40) = 1,414 = \sqrt{2}$$

- pás je určený príkladmi 1, 6 a 7. Jednotlivé priamky majú vyjadrenie

$$\begin{aligned} H_2 : x - 3 &= 0 \\ H_1 : x - 2 &= 0 \end{aligned} \quad (41)$$

Šírka separačného pásu je daná ako vzdialenosť bodu 1 od priamky H_1

$$\frac{|w_1x_0 + w_2y_0 + c|}{\sqrt{w_1^2 + w_2^2}} = \frac{|1 \cdot 3 + 0 \cdot 4 - 2|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \quad (42) = \sqrt{1}$$

Je zrejmé, že najširší bol separačný pás pri použití prvej trojice príkladov a najužší pri použití poslednej trojice príkladov.

(1, 2 a 7)

Teória: Šírka separačného pásu Majme tri rovnobežné priamky podľa obr. 7. Keďže H_0 leží v strede medzi H_1 a H_2 , tak ich môžeme vyjadriť v tvare

$$\begin{aligned} H_1 : w_1x_1 + w_2x_2 + b + c &= 0 \\ H_0 : w_1x_1 + w_2x_2 + b &= 0 \\ H_2 : w_1x_1 + w_2x_2 + b - c &= 0 \end{aligned} \quad (43)$$